

Ecuaciones Diferenciales II Examen II

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen II

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2021/2022.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Grupo Único

Profesor Rafael Ortega Ríos

Descripción Parcial 1.

Fecha 4 de Abril de 2022.

Ejercicio 1. Dada una norma $\|\cdot\|$ en $\mathbb{R}^d$, construye una función continua del tipo $\psi : \mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1]$ que cumpla

$$\psi(x) = \begin{cases} 0, & \|x\| \leq 3, \\ 1, & \|x\| \geq 7. \end{cases}$$

Ejercicio 2.

a) Prueba la desigualdad

$$\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \forall a, b \in [0, \infty[.$$

b) Demuestra que la sucesión de funciones $\{f_n\}_{n \geq 1}$,

$$f_n(t) = \sqrt{t + \frac{1}{n}}, \quad t \in [0, 1]$$

converge uniformemente en $[0, 1]$.

c) ¿Se puede afirmar que también la sucesión de derivadas $\{f'_n\}_{n \geq 1}$ es uniformemente convergente en $[0, 1]$?

Ejercicio 3. Se considera el sistema de ecuaciones integrales

$$x_1(t) = - \int_0^t x_2(s) ds, \quad x_2(t) = \int_\pi^t x_1(s) ds.$$

¿Existe solución continua y definida en $] -\infty, \infty[$? ¿Es única?

Ejercicio 4. Se considera el problema de valores iniciales

$$x' = \frac{\sqrt{3-t^2}}{1+x^2}, \quad x(0) = 0.$$

¿Existe solución? ¿Es única? En caso afirmativo determina el intervalo maximal.

Ejercicio 5. La función $F : [-1, 1] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $(t, x) \mapsto F(t, x)$ es continua y cumple la condición

$$|F(t, x_1) - F(t, x_2)| \leq L|x_1 - x_2|, \quad \forall (t, x) \in [-1, 1] \times \mathbb{R},$$

con $L < 1/2$. Demuestra que existe a lo sumo una función continua $x : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ que cumple la ecuación integral

$$x(t) = \int_{-t}^t F(s, x(s)) ds.$$